

平成 26 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 2 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(7枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

- (1) $\triangle ABC$ において $AC = 2$, $AB = 1 + \sqrt{3}$, $\angle A = 60^\circ$ のとき, BC , $\angle B$, $\angle C$ を求めなさい.
- (2) 方程式 $\cos^2 x - \sin x = a + 1$ に解があるような a の範囲を求めなさい.

[II]

- (1) \vec{a} , \vec{b} を $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$ なるベクトルとする. t の関数

$$f(t) = |\vec{a} - t\vec{b}|$$

が $t = \sqrt{2}$ で最小値をとるとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めなさい.
また $f(t)$ の最小値も求めなさい.

- (2) $A^2 = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$ となる 2 次正方行列 A を求めなさい.

- (3) n が自然数のとき, $4^{3n-1} - 7^{2n-2}$ が 15 の倍数となることを証明しなさい.

[III]

(1) 1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードから、同時に 3 枚のカードを取り出すとき、次に答えなさい。

(a) 3 枚のカードの中に番号 6 のついたカードが含まれる確率を求めなさい。

(b) 3 枚のカードについての番号の積が 6 の倍数となる確率を求めなさい。

(2) $x > 1, y > 1$ とする。次に答えなさい。

(a) $\log_x y \cdot \log_y x$ の値を求めなさい。

(b) $\log_{\sqrt{x}} \frac{y}{x^2} + \log_{y^2} \frac{x^4}{y}$ の最小値を求めなさい。

[IV]

(1) $I(a) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x - a \cos x)^2 dx$ について、次に答えなさい。

(a) $I(a)$ を a の関数で表しなさい。

(b) $a > 0$ のとき、 $e^a > \frac{1}{\pi} I(a)$ を示しなさい。

(2) k を 0 でない定数とする。2 曲線 $C_1 : y = \log x$, $C_2 : y = kx^3$ が共有点を持ち、その点における 2 曲線の接線が一致している。 C_1, C_2 及び x 軸で囲まれる図形の面積を求めなさい。