

平成 27 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は、問題記号ア～ワで 44 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ンの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。
ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に受験番号、氏名を記入するとともに、受験番号をマークしてください。
9. 受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) 3辺の長さの比が4:3:2である△ABCの外接円の半径を r とし、内接円

の半径を r' とすると、 $\frac{r'}{r} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $x = 2 - \sqrt{3}$ のとき、 $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 3x$ の値は $\boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\sqrt{3}$ である。

(3) $\frac{\sqrt{-32}}{\sqrt{2} + \sqrt{-2}} = \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}i$ (i は虚数単位とする)

(4) 不等式 $16^x - 14 \cdot 4^x - 32 > 0$ の解は $x > \boxed{\text{キ}}$ である。

(5) $0 < x < 1$ のとき、 $\log_3 x^3 = 4 \log_x \sqrt[3]{3}$ ならば、 $x^3 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

[II]

- (1) 直線 $x - 2y + 1 = 0$ を l_1 , 直線 $3x - y - 2 = 0$ を l_2 とし, l_1 と l_2 の交点を P とする. l_1 上の点 A(5, 3) から l_2 へ垂線 AH を下ろし, l_2 上の点 B $\left(\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$ から l_1 へ垂線 BI を下ろす.

(a) l_1 と l_2 のなす鋭角は $\boxed{\text{コ}}$ ° である.

(b) $\vec{PH} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \vec{PB}$, $\vec{PI} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{PA}$ である.

(c) 線分 AH と線分 BI の交点を J とすると, $\vec{PJ} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \vec{PA} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} \vec{PB}$ である.

- (2) 1 から 5 までの番号をつけた 5 枚のカードが袋に入っている. 袋からカードを 1 枚ずつ取り出して横 1 列に並べ, カードの番号を左から順に a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 として, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく. S_1, S_2, \dots, S_{n-1} の全てが 3 の倍数でなく, S_n が 3 の倍数である確率を p_n とおくと

$$p_2 = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}, \quad p_3 = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \quad p_5 = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である.

[III] 関数 $f(x) = \int_a^x (-3t^2 + bt + c) dt$ は $x = -2$ で極小値 0 をとり、 $x = 1$ で極大値をとる.

(1) 定数 b, c の値は $b = \boxed{\text{ノ}}$, $c = \boxed{\text{ハ}}$ である.

(2) 曲線 $y = f'(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ である.

(3) 定数 a の値は $a = \boxed{\text{ヘ}}$, $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である.

(4) $f(x)$ の極大値は $\frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ である.

[IV]

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項は 34 であり, 公差 d は負の整数である. この数列の第 10 項は $a_{10} = \boxed{\text{メ}}d + \boxed{\text{モ}}$ である.

$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする. $S_7 > 0$ かつ $S_8 < 0$ を満たす d は全部で $\boxed{\text{ヤ}}$ 個あり, その中の最大値は $\boxed{\text{ユ}}$ である. $d = \boxed{\text{ユ}}$ であるとき, S_n は $n = \boxed{\text{ヨ}}$ で最大値 $\boxed{\text{ラ}}$ をとる.

(2)

(a) 原点を通り, 第 1 象限で曲線 $y = -x^2 + 2x - \frac{1}{4}$ に接する直線の傾きは $\boxed{\text{リ}}$ である.

(b) x, y が連立不等式 $2x - 12y + 3 \leq 0, y \leq -x^2 + 2x - \frac{1}{4}$ を満たすとき,

$\frac{y}{x}$ のとりうる値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}} \leq \frac{y}{x} \leq \boxed{\text{リ}}$ であり, $\frac{2y^2 - 3xy + x^2}{2x^2}$

の最小値は $\frac{\boxed{\text{ロ}}}{\boxed{\text{ワ}}}$ である.

解答上の注意

問題の文中の などには数値が入ります。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\text{}}{\text{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、

分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとし

解答記入例： に -5 と解答する場合

符号	10 の 桁										1 の 桁										
エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

に 57 と解答する場合

符号	10 の 桁										1 の 桁									
カ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

解答表示例

$\frac{\text{}}{\text{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ 、0 の場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ とします。

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ とします。

$\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ とします。