

平成 27 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は2ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(4枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙の指定箇所に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

- (1) $x = 3$ のとき 最大値 9 をとり, $x = -1$ のとき $y = -7$ となる 2 次関数を求めなさい.
- (2) $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{2}$ で, \vec{a} と $\vec{a} + \vec{b}$ が垂直であるとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めなさい.
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + bx}{x - 2 \sin x} = 3$ が成り立つように, 定数 a と b の値を定めなさい.

[II]

- (1) 白玉 7 個, 赤玉 5 個, 青玉 3 個が入っている袋から, 玉を同時に 3 個取り出すとき, 次の確率を求めなさい.
- (a) 赤玉 2 個と青玉 1 個が出る確率
- (b) 3 個とも同じ色である確率
- (c) 少なくとも 1 個は赤玉である確率
- (2) $\sum_{n=2}^{11} \frac{1}{n^2 - 1}$ を求めなさい.

[III]

- (1) 不等式 $(x + 2y - 5)(x + 3y + 10) \geq 0$ の表す領域を D とする.
- (a) 領域 D を図示しなさい.
- (b) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $x^2 + y^2$ の最小値を求めなさい.
- (2) 方程式 $x^{5 - \log_2 x} = 64$ を解きなさい.

- [IV] (1) $a > 0$ のとき, 次の不等式を証明しなさい.

$$\frac{a}{1+a} < \log(1+a) < a$$

- (2) 曲線 $y = e^{2x+1}$ を C とし, 原点から C に引いた接線を l とする.
- (a) l の方程式を求めなさい.
- (b) C, l および y 軸で囲まれた図形の面積を求めなさい.
- (c) 定積分 $\int_e^{e^2} \log y \, dy, \int_e^{e^2} (\log y)^2 \, dy$ を求めなさい.
- (d) C, l および y 軸で囲まれた図形を, y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めなさい.