

平成 25 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～レで 42 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～レの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) 方程式 $\log_3(x - 1) - \log_9(5 - 2x) = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ア}}$ である.

$$(2) 25 \times \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} i \right)^8 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \quad (\text{ただし, } i \text{ は虚数単位とする.})$$

$$(3) 8 \cos^4 150^\circ - 7 \cos^2 150^\circ + \sin^2 150^\circ = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

(4) $x = 2 + \sqrt{5}$ のとき, $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 5x + 2$ の値は

$$\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \text{ である.}$$

(5) 1 から 80 までの数が書かれた 80 個の球から 1 個を取り出す. 球に書かれた

数が 6 の倍数でもなく, 8 の倍数でもない確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である.

[II]

- (1) $\triangle ABC$ の 3 辺の長さを $AB = 3$, $BC = \sqrt{5}$, $CA = 2\sqrt{2}$ とすると $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{サ}}$ であり, $\angle A = \boxed{\text{シ}}$ °である. 直線 AC 上の点 P を AB と BP が直交するように選ぶと, $\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \overrightarrow{AC}$ が成り立つ. さらに, 直線 BP 上の点 Q を AC と QC が直交するように選ぶと, $AQ = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ である.

- (2) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ (x - 1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

で表される領域を D とし, 点 $P(a, b)$ は D 内を動く.

- (a) D の面積は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ である.

- (b) $a + b$ の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である.

- (c) $a + 3b$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{2}$ である.

[III]

- (1)(a) 関数 $y = \log_3(x^2 + 3)$ の最小値は ノ である.
- (b) 方程式 $\{\log_3(x^2 + 3)\}^2 - 4\log_3(x^2 + 3) + a = 0$ が解をもつような定数 a の値の範囲は $a \leq \boxed{\text{ハ}}$ である. $a = \boxed{\text{ハ}}$ のとき, 上の方程式の解は $x = \pm \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}$ である. また, 上の方程式が相異なる 3 つの解をもつのは $a = \boxed{\text{フ}}$ のときである.
- (2) $f(x) = x^3 + 12x^2 + 24x + 2$ とする. 曲線 $y = f(x)$ について,
 点 $(-1, f(-1))$ における接線の方程式は $y = \boxed{\text{ヘ}} x + \boxed{\text{ホ}}$ で
 ある. また, 傾きが -12 である接線の方程式は, y 切片が小さい順に
 $y = -12x + \boxed{\text{マ}}, y = -12x + \boxed{\text{ミ}}$
 である.
- (3) x の関数

$$g(x) = \int_0^x (3t^2 + \boxed{\text{ム}} t - 9) dt$$

 は, $x = -1$ で極大値 メ をとり, $x = \boxed{\text{モ}}$ で極小値を ャ
 とる.

[IV] k は $0 < k < 1$ を満たす定数とする。曲線 $C : y = \log(x + 1)$ と

直線 $\ell : y = k(x + 1)$ が接するとき、 $k = \frac{\boxed{ユ}}{e}$ であり、接点の座標は

($\boxed{ヨ}$ $e + \boxed{ラ}$, $\boxed{リ}$) である。このとき、曲線 C 、直線 ℓ お

よび x 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{e + \boxed{ル}}{\boxed{レ}}$ である。

解答上の注意

問題の文中の **ア** などには数値が入ります。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： **エ** に -5 と解答する場合

符号	10 の 桁										1 の 桁									
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①

カ に 57 と解答する場合

符号	10 の 桁										1 の 桁									
カ	Θ	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	①

解答表示例

$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{-3}{2}$ 、0の場合には $\frac{0}{2}$ とします。

$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ とします。

$\frac{-1}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ とします。

$\boxed{} x^3 + \boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1} x^3 + \boxed{0} x^2 + \boxed{-1} x + \boxed{1}$ とします。