

平成 29 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は4ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ロで43問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ロの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ずHBの黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

- (1) x, y はともに正の数で, $x + 2y = 1$ を満たすとき, xy の最大値は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{である.}$$

- (2) -10π 以下の整数のうち最大のものを 7 で割ったときの余りは $\boxed{\text{ウ}}$ である.

- (3) 正五角形 ABCDE の対角線 AC, BE の交点を P とするとき

$$\vec{AP} = \left(\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{オ}}} \sqrt{5} \right) \vec{AB} + \left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{オ}}} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{オ}}} \sqrt{5} \right) \vec{AE}$$

である. 必要であれば $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ を利用しなさい.

- (4) 不等式 $\log_3(x + 6) > \log_{\sqrt{3}}(4 - x) - 2$ の解は $\boxed{\text{ケ}} < x < \boxed{\text{コ}}$ である.

- (5) 等式 $a(x + iy) + (2 + 3i)(x - iy) = 3 - 3i$ を満たす実数 x, y がただ一組存在するための実数 a の条件は $a^2 \neq \boxed{\text{サ}}$ である. i は虚数単位とする.

〔Ⅱ〕

(1) 2つのクラス A と B の生徒数の比は 3 : 4 である。両クラスの全生徒にある試験を実施したところ、試験の合格者の割合は、A クラスが 14 %、B クラスが 12 % であった。両クラスの全生徒の中から 1 人を選ぶ。

(a) 選んだ生徒が合格者である確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(b) 選んだ生徒が合格者であるときに、その生徒が B クラスの生徒である確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \frac{4}{n(n+2)}$ である。

$a_n = \frac{\boxed{\text{タ}}}{n} + \frac{\boxed{\text{チ}}}{n+2}$ を利用すると

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{\boxed{\text{ツ}} n^2 + \boxed{\text{テ}} n + \boxed{\text{ト}}}{n^2 + \boxed{\text{ナ}} n + \boxed{\text{ニ}}}$$

が得られる。

〔Ⅲ〕

(1) (a) 円 $x^2 + y^2 = 25$ と直線 $y = -2x + 5$ の共有点で、 x 座標が正の点は
 (,) である。

(b) x, y が連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -2x + 5$ を満たすとする。

(i) $x - y$ の最大値は $\sqrt{\text{ハ}}$ である。

(ii) $2x - y$ の最大値は , 最小値は $\sqrt{\text{ヘ}}$ である。

(iii) この連立不等式を満たす整数の組 (x, y) の個数は である。

(2) $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ とする。

(a) 関数 $y = 2 \sin 3\theta - 1$ は $\sin \theta = t$ とすると

$y = \text{マ} t^3 + \text{ミ} t - 1$ である。

(b) $\sin 3\theta = \frac{1}{2}$ を満たす θ を α とおくと

$$\alpha = \frac{\text{ム}}{\text{メ}} \pi$$

である。この α に対して

$$\frac{1}{n} < \sin \alpha < \frac{1}{n-1}$$

を満たす自然数 n は $n = \text{モ}$ である。

〔Ⅳ〕 放物線 $y = -x^2 + 4x$ を C とし、直線 $y = mx$ を ℓ とする。ただし、 $0 < m < 4$ とする。 C と ℓ および直線 $x = 4$ で囲まれた2つの部分の面積の和を S とする。

(1) C と ℓ の交点の x 座標は $x = 0$ と $x = \boxed{\text{ヤ}} - m$ である。

(2) $S = \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} m^3 + \boxed{\text{ラ}} m^2 + \boxed{\text{リ}} m + \frac{32}{3}$

(3) S は $m = \boxed{\text{ル}} + \boxed{\text{レ}} \sqrt{\boxed{\text{ロ}}}$ で最小値をとる。

解答上の注意

問題の文中の などには数値が入ります。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\text{}}{\text{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： に -5 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

に 57 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⑩

解答表示例

$\frac{\text{}}{\text{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ 、0 の場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ とします。

$\frac{\text{}}{\text{}} \sqrt{\text{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}} \sqrt{\text{}}$ とします。

$\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ とします。