

2021 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ロで 43 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ロの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目、受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) n と 12 の最小公倍数が 252 となるような正の整数 n は全部で 個ある。

(2) $x = \frac{1}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$, $y = \frac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}$ のとき, $x^3y + xy^3 = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 不等式 $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta < \sqrt{2}$ の解は

$\frac{\text{エ}}{12} \pi < \theta < \frac{\text{オ}}{12} \pi$ である。

(4) 方程式 $3 \cdot 9^{x+1} + 2 \cdot 3^{x+1} - 1 = 0$ の解は $x = \text{カ}$ である。

(5) 2つのベクトル $\vec{a} = (1, 0, -1)$, $\vec{b} = (2, 4, \text{キ})$ のなす角は 45° である。また, これらの内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ は である。

〔Ⅱ〕

(1) 1個のさいころを繰り返し投げ、出た目の数の和が5以上になったら投げることを終了する。ただし、1回目で5以上の目が出た場合は、1回で終了するものとする。

(a) さいころを投げる回数が1回で終了となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(b) さいころを投げる回数が3回で終了となる確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(c) さいころを投げる回数が3回で終了となったとき、1回目に出た目が1である条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 - 98n$ と表されるとする。

(a) $a_1 = \boxed{\text{ソ}}$, $a_3 = \boxed{\text{タ}}$

(b) $a_n > 0$ となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{チ}}$ である。

(c) $\{a_n\}$ の初項から第99項までのうち、奇数番目の項の和

$$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{97} + a_{99}$$

を求めると $\boxed{\text{ツ}}$ である。

〔Ⅲ〕

(1) a を定数とし, $f(x) = -x^2 - 4ax - 4a^2 + 1$ とする.

(a) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標は (a ,) である.

(b) $a > 0$ のとき, 区間 $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値は

$a^2 +$ である.

(c) 区間 $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値が 1 となるような定数 a の値の範

囲は $\frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}} \leq a \leq 0$ である.

(d) 区間 $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値が正となるような定数 a の値の範

囲は $< a < \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$ である.

(2) $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 12x + \frac{2}{3}$ とする.

(a) $g(x)$ は $x =$ で極大値 をとる.

(b) 曲線 $y = g(x)$ 上の点 $(-1, g(-1))$ における接線の方程式は

$y =$ $x +$ である.

(c) (b) で求めた接線と曲線 $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ミ}}{\text{ム}}$ である.

[IV]

(1) 3次方程式 $z^3 + 1 = 0$ の解のうち、虚部が正である複素数の解を α 、虚部が負である複素数の解を β とし、複素数平面上の3点 $0, \alpha, \beta$ を通る円を C とする。

(a) $\arg \alpha = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\pi$ である。ただし、 $0 \leq \arg \alpha < 2\pi$ とする。

(b) 点 z が C 上にあるとき、 $|z - \boxed{\text{ヤ}}| = \boxed{\text{ユ}}$ を満たす。

(c) $w = \frac{z+1}{z-1}$ とする。点 z が C 上を動くとき、点 w は点 $\boxed{\text{ヨ}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{ラ}}$ の円を描く。

(2) $f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x-2)^3}$ ($x > 2$) とする。

(a) $\{\log f(x)\}' = \frac{\boxed{\text{リ}}}{x-1} + \frac{\boxed{\text{ル}}}{x-2}$

(b) $\int_4^{10} (x-2) \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \boxed{\text{レ}} \log 3 + \boxed{\text{ロ}}$

解答上の注意

問題の文中の などには数値が入ります。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\text{}}{\text{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、

分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例： に -5 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

に 57 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
カ	-	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⑩

解答表示例

$\frac{\text{}}{\text{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ 、0 の場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ とします。

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ とします。

$\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ とします。