

平成 25 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験中、ページの脱落等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり、汚したりしないでください。
4. 解答は、すべて解答用紙(マークシート)に記入し、解答用紙(マークシート)の枠外には、なにも書かないでください。
5. 試験問題は問題記号ア～ヲで 45 問あります。
解答用紙(マークシート)には、問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては、問題記号ア～ヲの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、問題冊子を開いてはいけません。
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し、訂正する場合は、完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って、解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに、受験番号、氏名を記入してください。
9. 解答する科目、受験番号、解答が正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は、使用しないでください。
11. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

(1) $(2 + \log_3 4)(\log_{36} 3 + 3 \log_{36} 2)(\log_{24} 3 + \log_{24} 9) =$

(2) $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 =$ (ただし, i は虚数単位とする.)

(3) $(1 - 2 \sin^2 75^\circ)^2 = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$

(4) 方程式 $|x - 3| + |2x - 3| = 9$ の解は, 小さい順に $x =$,
 である.

(5) 1から8までの数が書かれた8枚のカードから5枚を取り出すとき, 取り出した5枚の中に1, 2, 3が書かれたカードがすべて含まれる確率は
 $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である.

〔Ⅱ〕

(1) $\triangle ABC$ の 3 辺の長さを $AB = 7$, $AC = 6$, $BC = 5$ とすると, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$
 $\boxed{\text{ケ}}$ である. また, $\angle BAC$ の 2 等分線と BC の交点を P とすると,

$\vec{AP} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{13} \vec{AB} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{13} \vec{AC}$ である. さらに, A を通り, AP に
 垂直な直線と直線 BC との交点を Q とすると, $\vec{AQ} = \boxed{\text{シ}} \vec{AB} +$
 $\boxed{\text{ス}} \vec{AC}$ である.

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

で表される領域を D とし, 点 $P(a, b)$ は D 内を動く.

(a) D の面積は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi + \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ である.

(b) $b - a$ の最大値は $\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である.

(c) $2b - a$ の最大値は $\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である.

〔Ⅲ〕

(1) 関数 $f(x) = 2 \{ (3 \cos x - \cos 3x)^2 + (2 \sin x - \sin 3x)^2 \}$ について以下の問いに答えなさい。

(a) $2 \sin x \sin 3x =$ $\cos^2 2x + \cos 2x +$

$2 \cos x \cos 3x =$ $\cos^2 2x + \cos 2x +$

(b) $f(x) =$ $\cos^2 2x +$ $\cos 2x +$

(c) $f(x)$ は $\cos 2x = \frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$ のとき最大となり, $\cos 2x =$ のとき最小となる。

(2) 曲線 $C: y = x^3 - 6x^2 + 7x - 2$ 上の点 $(3, -8)$ における接線の方程式は $y =$ $x +$ である。また, 曲線 C の接線の中で, 傾きが最小であるのは, 直線 $y =$ $x +$ である。

(3) x の関数

$$g(x) = -3 \int_{\text{カ}}^x (t^2 - 4t + 3) dt$$

は, $x =$ で極大値 -16 をとり, $x =$ で極小値 をとる。

[IV] k は正の定数とする. 曲線 $C: y = \log x$ と直線 $l: y = k(x - 1)$ が異なる 2 つの交点をもち, それらの x 座標が 1 以上 e 未満になるような k の値の範囲は

$$\frac{1}{\boxed{\text{リ}} e + \boxed{\text{ル}}} < k < \boxed{\text{レ}}$$

である. このとき, C と l で囲まれた部分の面積を S_1 とし, また, C , l および直線 $x = e$ の 3 つで囲まれた部分の

面積を S_2 とする. $S_1 = S_2$ となるのは, $k = \frac{\boxed{\text{ロ}}}{e^2 + \boxed{\text{ワ}} e + \boxed{\text{ヲ}}}$ のときである.

解答上の注意

問題の文中の などには数値が入ります。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。

3. 分数形 $\frac{\text{}}{\text{}}$ の部分では、既約分数(それ以上約分できない分数)で表し、

分母は必ず正とします。また、この形で整数を表すときには、分母を1とします。

4. 根号の中は、正の整数であって、2以上の整数の平方で割り切れないものとし

解答記入例: に -5 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
エ	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

に 57 と解答する場合

	符号		10 の 桁		1 の 桁															
カ	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⑩

解答表示例

$\frac{\text{}}{\text{}}$ に $-\frac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\frac{\text{}}{\text{}}$ 、0 の場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ とします。

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ に $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には

$\frac{\text{}}{\text{}}$ $\sqrt{\text{}}$ とします。

$\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ に $-x^3 - x + 1$ を当てはめる場合には $\text{}x^3 + \text{}x^2 + \text{}x + \text{}$ とします。