

平成 25 年度入学試験問題

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 2 ページあります。試験中、ページの脱落等気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙(8枚)それぞれに受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[I]

- (1) $x = 2 + \sqrt{3}i$ のとき, 次の問いに答えなさい.
- (a) $x^2 - 4x + 7 = 0$ を示しなさい.
- (b) $x^3 - 3x^2 + 8x - 2$ の値を求めなさい.
- (2) 不等式 $4^{x+1} - 13 \times 2^x + 3 < 0$ を解きなさい.
- (3) 楕円 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ について, 傾きが 2 である接線の方程式を求めなさい.

[II]

- (1) A, A, A, B, B, C, D の 7 文字を横一列に並べるとき, 次の確率を求めなさい.
- (a) 両端が B となる確率
- (b) A がひと続きに並ぶ確率
- (2) $a_1 = 1, 3a_{n+1} = a_n + 4n^2 + 12n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められた数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい.
- (a) $b_n = a_n - 2n^2 + 3$ とおくとき, b_{n+1} と b_n の関係式を求めなさい.
- (b) b_n を利用して, a_n を求めなさい.
- (c) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{n^3}$ を求めなさい.

[III]

(1)

(a) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $\sin^2 \theta - \sin \theta - 2 = 0$ を解きなさい.

(b) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $\sin^2 \theta - \sin \theta - a = 0$ が異なる 2 つの実数解を持つように定数 a の値の範囲を定めなさい.

(2) $\triangle OAB$ において, 辺 OA を $2:1$ に内分する点を M , 辺 OB を $3:2$ に内分する点を N とし, 線分 AN と線分 BM の交点を P とする. 次の問いに答えなさい.

(a) \vec{OP} を \vec{OA} と \vec{OB} を用いて表しなさい.

(b) $\triangle PAB$ と $\triangle OAB$ の面積の比を求めなさい.

[IV]

(1) $\log_2 7$ が無理数であることを示しなさい.

(2) 曲線 $C: y = \frac{4x}{x^2 + 3}$ について, 次の問いに答えなさい.

(a) 変曲点をすべて求めなさい.

(b) C 上の点 $(1, 1)$ における接線の方程式を求めなさい.

(c) C と (b) で求めた接線で囲まれた図形の面積を求めなさい.