

## 平成 25 年度 数学アピール（推薦）入学試験問題

数 学  
(60 分)

## 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないでください。
2. この問題冊子は 1 ページです。試験中、ページの脱落等に気づいた場合には、手を挙げて監督者に知らせてください。  
問題・解答用紙の汚れなどに気づいた場合も、同様に知らせてください。
3. 監督者の指示に従って、解答用紙 1 枚目に受験番号、氏名を記入してください。
4. 解答は、すべて解答用紙（7 枚）に記入してください。
5. 筆記用具以外は、使用しないでください。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[ I ] (1)  $i$  は虚数単位とする.

(a)  $(1+i)^n$  が実数となる最小の自然数  $n$  を求めなさい.

(b)  $1+i$  を解にもち、係数がすべて整数でかつ最高次の係数が 1 である方程式のうち、次数が一番小さい方程式を求めなさい.

(2) 方程式  $\sin x \cos x - \sin^2 x = -1$  を解きなさい.

(3) 不等式  $x^2 - 2|x| - 8 < 0$  を解きなさい.

[ II ] (1)  $y = \sqrt{1-x^2}$  のグラフの概形を描きなさい.

(2)  $y = \sqrt{1-x^2}$  のグラフと  $y = x^2 - 1$  のグラフで囲まれる部分の面積を求めなさい.

[ III ]  $\triangle ABC$  において、 $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  の交点を  $P$  とする. また、 $b = AC, c = AB, \theta = \angle A$  とおく.

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $b, c, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  を用いて表しなさい.

(2) 線分  $AP$  の長さを  $b, c, \theta$  を用いて表しなさい.

[ IV ]  $n$  を自然数、 $a$  を  $|a| < 1$  を満たす定数として、 $S_n = \sum_{k=1}^n ka^{k-1}$  とおく. 以下の問いに答えなさい.

(1)  $S_1, S_2, S_3$  を  $\sum$  を用いずに  $a$  の多項式として表しなさい.

(2)  $(1-a)S_n$  を  $\sum$  を用いずに表しなさい.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めなさい. ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} na^n = 0$  です.

[ V ]  $f(x) = xe^{-x^2}$  ( $x \geq 0$ ) とするとき、以下の問いに答えなさい.

(1)  $y = f(x)$  の増減、凹凸の表を求め、グラフの概形を描きなさい. ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x^2} = 0$  です.

(2)  $\int_0^1 f(x)dx$  の値を求めなさい.