平成 27 年度入学試験問題

数　　学

（90 分）

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子は開かないでください。
2. この問題冊子は 5 ページあります。試験中，ページの脱落等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
   解答用紙(マークシート)の汚れなどに気づいた場合も，同様に知らせてください。
3. 解答用紙(マークシート)は折り曲げたり，汚したりしないでください。
4. 解答は，すべて解答用紙(マークシート)に記入し，解答用紙(マークシート)の枠外には，なにも書かないでください。
5. **試験問題は問題記号ア～ロで 43 問あります。**
   解答用紙(マークシート)には，問題記号がア～ンまで印刷されています。解答にあたっては，問題記号ア～ロの範囲内で該当する解答欄に解答してください。
6. 解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読んでください。**ただし，問題冊子を開いてはいけません。**
7. マークは必ず HB の黒鉛筆を使用し，訂正する場合は，完全に消してからマークしてください。
8. 監督者の指示に従って，解答用紙(マークシート)に解答する科目・受験番号をマークするとともに，受験番号，氏名を記入してください。
9. 解答する科目，受験番号，解答が正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
10. 筆記用具以外は，使用しないでください。
11. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 I 〕

(1) 588の正の約数は $\boxed{\text{ア}}$ 個ある.

(2) 初項 a, 公比 r の等比数列の第3項が4, 初項から第3項までの和が7のとき, $a = \boxed{\text{イ}}$, $r = \boxed{\text{ウ}}$ である. ただし, $r > 0$ とする.

(3) $x = 1 - 3i$ を解とする係数が実数の2次方程式は,
$x^2 + \boxed{\text{エ}}\,x + \boxed{\text{オ}} = 0$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(4) 不等式 $25^x - 3 \cdot 5^x - 10 > 0$ の解は $x > \boxed{\text{カ}}$ である.

(5) 関数 $y = |x^2 + x - 2|$ のグラフと直線 $y = 4$ で囲まれた部分の図形の面積を S とすると, $S = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である.

〔II〕

(1)　3点 A(1, 2, 0), B(2, 0, 1), C(0, 2, 1) の定める平面に，中心が P(18, −4, 13)，半径 r の球面が点 H で接している．$\overrightarrow{\mathrm{PH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CB}}$ より，

$$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = \boxed{\text{ケ}}\,\overrightarrow{\mathrm{CA}} + \boxed{\text{コ}}\,\overrightarrow{\mathrm{CB}}$$

である．また，$r = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である．

(2)　座標平面を動く点 P がある．点 P の座標が (x, y) のとき，P は，さいころを投げて出た目の数が 1 または 2 のときは $(x+1, y)$ へ，3 または 4 のときは $(x+1, y+1)$ へ，5 または 6 のときは $(x-1, y)$ へ動く．最初，点 P の座標は $(0, 0)$ とする．

不等式 $y \leqq \dfrac{1}{2}x$ が表す領域を D とし，さいころを n 回投げたときに点 P が D 内にある確率を p_n とする．

(a)　さいころを n 回投げたところ，1 または 2 が出た回数が p，3 または 4 が出た回数が q であった．このとき，P の座標は

$\left(\boxed{\text{ス}}\,p + \boxed{\text{セ}}\,q + \boxed{\text{ソ}}\,n,\ q\right)$ である．

(b)　$p_2 = \dfrac{\boxed{\text{タ}}}{3^2}$，$p_3 = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{3^3}$ である．

(c)　$p_n < \dfrac{1}{4}$ を満たす最小の n は $\boxed{\text{ツ}}$ である．

〔Ⅲ〕 関数 $y = 2\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x - 4\sin^2 x + 2\cos x + 3$ において，

$\cos x = t$ とおき，y を t で表すと，

$$y = \boxed{\text{テ}}\,t^3 + \boxed{\text{ト}}\,t^2 + \boxed{\text{ナ}}\,t + \boxed{\text{ニ}}$$

となる．y の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，最大値は $\boxed{\text{ノ}}$ である．

〔IV〕

(1) (a) $0 < x < 2\pi$ の範囲で，2曲線 $y = \sin x$，$y = \cos 2x$ によって囲まれた図形の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である．

(b) 方程式 $\sin x - \cos 2x = 0$ の $0 < x < 2\pi$ での解を小さい方から α，β，γ とする．$\alpha \leqq x \leqq \beta$ の範囲で2曲線 $y = \sin x$，$y = \cos 2x$ で囲まれた図形を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V は

$$V = \frac{\pi}{8}\left(\boxed{\text{ヘ}}\,\pi + \boxed{\text{ホ}}\sqrt{\boxed{\text{マ}}}\right)$$

である．

(2) (a) 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{n-1}}$ の和は

$\boxed{\text{ミ}} + \sqrt{\boxed{\text{ム}}} + \sqrt{2}$ である.

(b) 関数 $y = \dfrac{3x+2}{x}$ のグラフ C は, $y = \dfrac{\boxed{\text{メ}}}{x}$ のグラフを y 軸方向に $\boxed{\text{モ}}$ だけ平行移動した直角双曲線である.

C 上の 2 点 $\mathrm{P}(1,\ 5)$ と $\mathrm{Q}\left(4,\ \dfrac{7}{2}\right)$ における C の 2 本の接線の交点を R とするとき, $\triangle\mathrm{PQR}$ の面積 S は $S = \dfrac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$ である.

(c) 関数 $y = \dfrac{\sqrt{4x+7}}{2}$ のグラフと直線 $y = ax + 2$ が異なる 2 つの共有点をもつような定数 a の値の範囲は,

$\boxed{\text{ヨ}} < a < \dfrac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}}$, $\boxed{\text{ル}} < a \leqq \dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}$

である.

解答上の注意

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ などには数値が入ります。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

1. 解答欄の各桁の該当する数字の欄にマークしてください。
2. 解答が負数の場合のみ符号欄にマークしてください。
3. 分数形 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ の部分では，既約分数(それ以上約分できない分数)で表し，分母は必ず正とします。また，この形で整数を表すときには，分母を1とします。
4. 根号の中は，正の整数であって，2以上の整数の平方で割り切れないものとします。

解答記入例：$\boxed{\text{エ}}$ に -5 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
エ	●	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

$\boxed{\text{カ}}$ に 57 と解答する場合

	符号	10 の 桁	1 の 桁
カ	⊖	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ● ⑧ ⑨ ⓪

解答表示例

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ に $-\dfrac{3}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$，0の場合には $\dfrac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とします。

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ に $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を当てはめる場合には $\dfrac{\boxed{-1}}{\boxed{2}}\sqrt{\boxed{3}}$ とします。

$\boxed{}\,x^3+\boxed{}\,x^2+\boxed{}\,x+\boxed{}$ に $-x^3-x+1$ を当てはめる場合には $\boxed{-1}\,x^3+\boxed{0}\,x^2+\boxed{-1}\,x+\boxed{1}$ とします。